Тооцон бодох математикийн хөгжлийн шинэ чиг хандлага

Т. Жанлав
ШУА, Математик Тоон Технологийн Хүрээлэн

1 Оршил

Байгалийн шинжлэл (физик, хими, биологи) болон инженерийн шинжлэх ухаанд тавигдах бодлогууд, үзэгдэл процессын төлөв байдал, хөдлөл зүйг гүн гүнзгий судалъя гэвэл эхлээд түүнийг математикийн хэлэн дээр томьёолох шаардлагатай бөгөөд энэ нь ихэнхдээ ердийн болон тухайн уламжлалт дифференциал тэгшитгэлийн хэлбэрээр бичигдэх нь олонтой. Уг үзэгдэл процесс дахь компонентуудын харилцан үйлчлэлийг тооцвол шугаман бус тухайн уламжлалт тэгшитгэл (PDE)-д хүргэнэ.

Ийм шугаман бус тэгшитгэл, түүний системийн шийд нь аналитик байдлаар олдох нь маш ховор учраас шийдийг ямарваа аргаар ойролцоогоор олох асуудал өргөн тавигддаг. Ийм ойролцоо бодох арга, алгоритмыг байгуулах, түүний алдаа, нийлэлтийг тогтоох асуудлыг судалдаг математикийн салбар нь тооцон бодох математик юм.

Орчин үеийн компьютерын хөгжил нь тооцон бодох математикийн хөгжилд онцгой чухал ач холбогдолтой. Одон орон судлаачдад өндөр хүчин чадалтай дуран авиа (телескоп) ямар чухал байдаг, биологичдод өндөр хүчин чадалтай микроскоп ямар чухал байдгийн адилаар тооцон бодох математикт орчин үеийн хүчтэй компьютер тийм чухал үүрэг гүйцэтгэдэг юм. Тухайн судлагдаж байгаа объект, үзэгдэл процессын математик загварыг гарган түүнийг бодох арга, алгоритм боловсрогдсоны дараах шат нь түүний дагуу код программ бичиж компьютерын тоон туршилт, тооцоо судалгаа хийдэг бөгөөд туршилтын үр дүн хир зэрэг нарийвчлалтай, хир үнэмшилтэй гарч байгаа эсэхийг өөр аргаар гаргасныг, өөр багаж техник хэрэглэн гаргаж авсан туршилтын үр дүнтэй жиших замаар шинжилж зайлшгүй тохиолдолд математик загвараа эргэн харах, зохих засвар, коррекц оруулах шаардлагатай болдог цикл процесс юм.

Тухайлбал шугаман бус тухайн уламжлалт тэгшитгэлүүдийн системийг тоон аргаар бодоход асар их хурд, санах ой бүхий компьютер, түүний кластер шаардлагатай. Ялангуяа системийн тэгшитгэлийн тоо ихсэх дутам эдгээр шаардлагууд улам хурцаар тавигддаг болно. Тооцон бодох математикийн чиглэлд дэлхийн олон орны эрдэмтэд идэвхтэй, эрчимтэй ажиллаж өөрсдийн хувь нэмрээ оруулж байгааг тэмдэглэх хэрэгтэй. Манай улсад ч энэ чиглэлийн шавь сургууль хөгжиж олон залуу эрдэмтэд ажиллаж байгаа билээ. Тэдгээрийн бүтээлийн тоймыг Монгол улсын шинжлэх ухаан 76-р ботиос [6] үзэж болно. Энэ чиглэлээр хэвлэгдэн гарч байгаа томоохон сэтгүүлүүдээс дурдвал:

Нэрс	Impact Factor
Acta Numerica (Cambridge University Press)	7.417
Journal of Approximation Theory (Elsevier)	1.022
Numerical Methods for Partial Differential Equations (Wiley)	1.633
SIAM, Journal on Numerical Analysis	
Numerical Linear Algebra with Applications (Wiley)	1.298
Journal of Computational and Applied Mathematics (Elsevier)	1.883
Applied Mathematics and Computation (Elsevier)	3.092
Numerical Algorithms (Springer)	2.417
Computational and Applied Mathematics (Springer)	1.26
Calcolo (Springer)	1.981
BIT, Numerical mathematics	1.670
Computational Mathematics and Mathematical Physics (Springer)	0.774
International Journal of Computer Mathematics (Taylor France)	1.196
Applied Numerical Mathematics (Elsevier)	1.678
Advances in Computational Mathematics (Springer)	1.638

Энэ жагсаалт гүйцэд биш болохыг анхаарна биз ээ!

2 Шугаман бус системийг бодох итерацийн аргууд, түүнд тавигдах шаардлагууд

Шугаман бус дифференциал тэгшитгэлийг ойролцоо бодоход дискретчлэл, шугамчлалын хоёр шатыг дамжих шаардлагатай. Төгсгөлөг ялгаврын болон элементийн аргууд, сплайн, вейвлет схемүүдийн тусламжтайгаар дискретчлэх процесс хийгдсэний дүнд тухайн тэгшитгэл нь төгсгөлөг хэмжээст огторгуйд тодорхойлогдсон ялгаварт тэгшитгэлүүдийн системд шилжинэ. Ийм шугаман бус системийг итерацийн аргуудаар алхам тутамд шугаман тэгшитгэлүүдийн систем бодох руу шилжүүлнэ. Бодолтын дүнд олсон ойролцоо шийд нь хэр зэрэг нарийвчлалтайгаар олдох нь хэрэглэсэн дискретчилэлийн аргын алдаа болон тогтворжилт, шугамчилсан аргын нийлэлтийн чанараас шууд хамаардаг. Иймээс шийдийг өндөр нарийвчлалтайгаар олох шаардлагатай тохиолдолд (шийдийн салаалалт, бифуркацид хүргэх параметрийн критик утгыг маш нарийн тооцоолох, цөмийн реакторын тооцоо, сансрын хөлгийн траекторын судалгаа тооцоо зэрэг) найдвартай, өндөр нарийвчлал, түргэн нийлэлтэй аргуудыг сонгох нь зүйтэй. Бодолтыг компьютерын тусламжтай гүйцэтгэх учраас аль болох бага санах ой, багтаамж, хугацаа шаардах арга алгоритм сонгох нь чухал. Энэ нь дискретчлэлийн алхам (h)-г хэтэрхий бага авахаас зайлсхийх доод босгыг $(h \geq \varepsilon)$ тавихад хүргэдэг. Тухайн тэгшитгэлд тодорхой физик агуулга бүхий параметрүүдийн тооцох нь элбэг бөгөөд ийм үед уг системийг параметрүүдийн хувирах муж дахь төлөөллийн утга бүр дээр бодох учраас дээрх шаардлага бүр ч хурцаар тавигддаг. Бид энд жишээ болгож турблент урсгалын үрэлтийн коэффициент олох бодлого авч үзье. Турболент (хуйлрал) урсгалын үрэлтийн коэффициентын тооцоолох асуудал иргэний болон үйлдвэрлэл, гидравлик, химийн инженерчлэлийн практикт тавигддаг. Хий, шингэн, нефть тараах сүлжээний гол хэсэг нь хоолой бөгөөд түүгээр дамжих хуйларсан урсгалын шинж чанар нь уг хоолойн доторх гадаргуугийн гөлгөр байх болон арзгар байдлаас ихээхэн хамаардаг. Ийм урсгалын үрэлтийн хүчин зүйл (λ-коэффициент)-ийг аль болох өндөр нарийвчлалтай тодорхойлох шаардлагатай байдаг. Энэ коэффициентыг тооцоолох тэгшитгэл нь

$$f(x) = x + 2\log_{10}\left[\frac{2.51x}{Re} + \frac{\varepsilon}{3.7D}\right] = 0,\ x = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \tag{1}$$

трансцендент тэгшитгэл юм. Үүний шийдийг элементар функцүүдийн тусламжтайгаар илэрхийлж чадахгүй учраас өндөр эрэмбийн нийлэлттэй итерацийн аргуудаар олж болно.

(1) тэгшитгэлд Рейнольдсын тоо (Re) болон харьцангуй арзгар байдлыг тодорхойлох параметр $(\frac{\varepsilon}{D})$ гэсэн хоёр параметр орсон байна. Эдгээрийн практикт хэрэглэгдэх утгын муж нь

$$4000 < Re < 10^8,\ 0 < \frac{\varepsilon}{D} < 0.05$$

гэсэн тэгш өнцөгт муж юм. Энэ мужийн цэг бүр дээр (1) тэгшитгэлийг бодох шаардлагатай учраас өндөр эрэмбийн нийлэлттэй итерацийн арга хэрэглэх нь үр дүнтэй. Ердийн (1) тэгшитгэлийг ганц, хоёрхон удаа бодох байсан бол ямар ч итерацийн арга хэрэглэж шийдийг олох нь чанарын ялгаагүй юм. Гэтэл (1) бодлогын тавилын муж маш том учраас тухайн тэгш өнцөгтийг жишээлбэл 256×256 хувааж хуваалтын жижиг тэгш өнцөгтүүдээс нэг нэг цэг аваад (ийм цэгийн тоо 65536) түүний хувьд (1) тэгшитгэлийг бодно гэвэл (1) -ийг 65536 удаа бодох шаардлагатай болж байна. Тэгэхээр энд өндөр эрэмбийн нийлэлтэй итерацийн арга хэрэглэх нь машины ресурс, бодолтын цаг хугацааг хэмнэх чухал ач холбогдолтой.

3 Символ тооцоолол, хэрэглээ

Цэвэр математикт, тухайлбал алгебрт компьютерын тусламжтайгаар теоремын баталгаа хийдэг арга өргөн хэрэглэгдэх болсон. Бодолтыг алдаагүйгээр гүйцэтгэх символ-тооцоолол, компьютер-алгебр, символ дифференциалчлалын программууд (Matlab, Mathematica, Maple) шинэ чиглэл, дэвшлийг авчирч байна. Тооцон бодох математикт ойролцоо аргуудын нийлэлтийн теоремыг символ-тооцоолол ашиглан баталдаг шинэ чиглэл сүүлийн арваад жил эрчимтэй хөгжиж байна. Энэ чиглэлийн давуу тал нь нүсэр гар тооцооллыг халж завсрын бодолт, хувиргалтууд, хялбарчлалуудыг ямар ч алдаагүйгээр гүйцэтгэх замаар тухайн аргын алдааны тэгшитгэлийг аналитик байдлаар гаргадаг. Улмаар нийлэлтийн эрэмбийг хамгийн их утгад хүргэдэг параметрүүдийн сонголтыг олох явдал юм. Жишээлбэл J. R. Sharma, H. Arora нарын [4] ажилд

$$\begin{aligned} &y_k = x_k - F'(x_k)^{-1}F(x_k), \\ &x_{k+1} = y_k - [a_1 I + G_k(a_2 I + a_3 G_k)]F'(x_k)^{-1}F(y_k),\ G_k = F'(x_k)^{-1}F'(y_k), \end{aligned} \tag{2}$$

хоёр алхамт итерацийн арга 5-р эрэмбийн нийлэлтэй байхаар a_1, a_2, a_3 параметрүүдийн сонголтыг олох, теоремын баталгааг символ-тооцооллын тусламжтай яаж гүйцэтгэхийг авч үзье. k-р дөхөлтийн алдааг $e_k = x_k - \alpha$ гэж тэмдэглэе. Үүний хувьд

$$e_{k+1} = O(e_k^p),\ p > 0$$

биелж байвал тухайн аргыг $p-$ эрэмбийн хурдтай нийлж байна гэдэг. $F(x_k), F'(x_k)$, $F'(x_k)^{-1}$ -уудын Тейлорын задаргааг эхний тэгшитгэлд ашиглах замаар

$$e_{ky} = y_k - \alpha = A_2(e_k)^2 + \ldots$$

үнэлгээг гаргаж авна. Түүнчлэн $F(y_k), F'(y_k)$ -уудын Тейлорын задаргааны хувьд символ-тооцооллын бодолтууд хийснээр дараах илэрхийллийн

$$a_1 I + G_k(a_2 I + a_3 G_k)$$

задаргааг олж түүнийгээ 2-р шатанд ашиглах замаар $(k+1)$ дөхөлтийн алдааны тэгшитгэлийг бичвэл

$$\begin{aligned} e_{k+1} =& (1 - a_1 - a_2 - a_3)e_{ky} + 2(a_1 + 2a_2 + 3a_3)A_2 e_k e_{ky} - (a_1 + 3a_2 + 5a_3)A_2(e_{ky})^2 \\ &- [4(a_1 + 3a_2 + 6a_3)A_2^2 - 3(a_1 + 2a_2 + 3a_3)A_3](e_k)^2 e_{ky} + \cdots . \end{aligned} \tag{3}$$

Нийлэлтийн эрэмбэ хамгийн их (манайд 5-р эрэмбийн) байх параметрүүдийн сонголт нь

$$\begin{aligned} &1 - a_1 - a_2 - a_3 = 0, \\ &a_1 + 2a_2 + 3a_3 = 0, \\ &a_1 + 3a_2 + 5a_3 + 4(a_1 + 3a_2 + 6a_3) = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

буюу $a_1 = \frac{13}{4}$; $a_2 = -\frac{7}{2}$; $a_3 = \frac{5}{4}$ болно. Өөрөөр хэлбэл энэхүү сонголтод (2) итерац 5-р эрэмбийн нийлэлтэй байна гэсэн теорем батлагдлаа.

4 Стандарт бус ялгаварт схем, түүний хэрэглээ

Тухайн PDE-ийн хувьд түүний шийдийн онцлог, гол гол чанаруудыг хадгалсан тийм ойролцоо ялгаварт схемийг ашиглах нь чухал юм. Энгийн заншсан ялгаварт схемүүдийн ихэнх нь ийм “хадгалах” чанаргүй учраас сүүлийн жилүүдэд стандарт бус байгууламжтай схемүүд ашиглах нь онол, практикийн хувьд чухал ач холбогдолтой, ирээдүйтэй шинэ чиглэл болон хөгжиж байна. Энэ стандарт бус аргын хэрэглээний талбар өргөн бөгөөд түүний зарим төлөөллүүдийг энд тоймлоё.

1. Бюргерсийн тэгшитгэл

Байгалийн шинжлэх ухаан, инженерийн ухааны олон үзэгдэл процессууд шугаман бус дифференциал тэгшитгэл, түүний системээр загварчлагддаг. Хий, шингэний динамик, дулаан тархах процесс, шугаман бус диссипатив (dissipative) систем дэх долгион тархах процессыг судлахад Бюргерсийн тэгшитгэл (Burgers' Equation) өргөн ашиглагддаг.

$$u_t + uu_x = \mu u_{xx} \tag{5}$$

(5) нь шугаман бус (uu_x) гишүүн, зуурамтгайн коэффициент (μ) бүхий диффузийн (diffusion) гишүүнийг агуулдгаараа Навье-Стоксын тэгшитгэлтэй төстэй, түүний хялбаршуулсан хэлбэр гэж үздэг. (5) нь аналитик шийд нь мэдэгддэг цөөхөн шугаман бус PDE- үүдийн нэг учраас PDE тэгшитгэлүүдийг бодох тоон аргуудыг үнэлэх тест тэгшитгэл болдгоороо чухал ач холбогдолтой. (5) нь

$$u(x,t) = -2\mu \frac{U'_x}{U} \tag{6}$$

Коүл-Хопфийн орлуулгаар (Cole-Hopf transform)

$$U_t = U_{xx} \tag{7}$$

нэг хэмжээст дулааны тэгшитгэлд шилждэг. Диффузийн тэгшитгэлийн

$$U(x,0) = \phi(x) \tag{8}$$

анхны нөхцөл хангасан шийд нь

$$U(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi t}} \int_{-\infty}^{x} exp(-\frac{(x-y)^2}{4t})\phi(y)dy \tag{9}$$

юм.

(6), (8) -ийг ашиглаад (5) тэгшитгэлийн шийдийг олох боломжтой. (5)-ийн

$$u(x,0) = \sin \pi x,\ 0 < x < 1, \tag{10a}$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0 \tag{10b}$$

анхны болон захын нөхцөлийг хангасан шийд нь

$$U(x,t) = 2\pi\mu \frac{\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \exp(-n^2\pi^2\mu t)\sin(n\pi x)}{a_0 + \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \exp(-n^2\pi^2\mu t)\cos(n\pi x)}, \tag{11}$$

$$a_0 = \int_0^1 U(x,0)dx;\ a_n = 2\int_0^1 U(x,0)\cos(n\pi x)dx,\ n = 1,2,\ldots$$

болохыг (7) диффузийн тэгшитгэлийг хувьсагчийг ялгах аргын тусламжтайгаар бодож (6) хувиргалтыг ашиглан хялбархан шалгаж болно. (11) дахь цуваа нь μ бага үед удаан нийлэх учраас түүнийг практикт хэрэглэхэд тохиромжгүй. Одоо (5) тэгшитгэлийн

$$\lim_{x\to-\infty} u(x,t) = u_1,\ \lim_{x\to+\infty} u(x,t) = u_2,\ (u_1 > u_2) \tag{12}$$

захын нөхцөл хангах гүйгч долгион шийдийг

$$u(x,t) = f(x - ct) \tag{13}$$

хэлбэртэй хайя. Энд c нь долгионы хурд юм. (13)-ийг (5)-д орлуулахад

$$\mu f''(z) = f'(z)(f(z) - c) \tag{14}$$

гэсэн ердийн дифференциал тэгшитгэл гарах бөгөөд үүнийг $(-\infty, \infty)$ мужаар интегралчилахад

$$-c(u_2 - u_1) + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2) = 0$$

болж эндээс

$$c = \frac{u_2 + u_1}{2}. \tag{15}$$

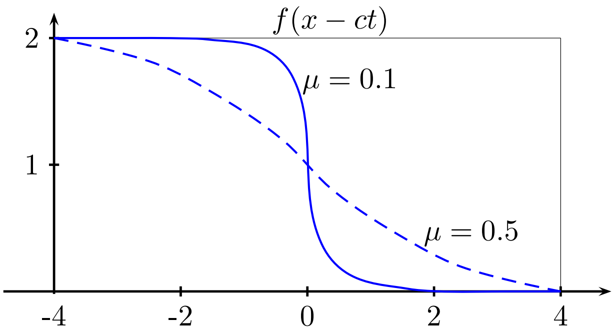
Өөрөөр хэлбэл цохилтын долгионы хурд нь зуурамтгай орчны параметр μ- ээс биш харин зөвхөн захын утгаас хамаарч байна. (14)-аас

$$\mu f' = \frac{1}{2}(f - u_1)(f - u_2)$$

мөрдөх бөгөөд үүнийг интегралчилахад

$$f(\xi) = \frac{u_1 + u_2 \exp((u_1 - u_2)\xi/(2\mu))}{1 + \exp((u_1 - u_2)\xi/(2\mu))}. \tag{16}$$

$u_1 = 2$, $u_2 = 0$, $\mu = 0.1,\ 0.5$ үед (16)-ийн графикийг зураг 1-д үзүүлэв.



Зураг 1:

μ багасах дутам долгионы фронт нь улам огцом уналттай болж байна. Нэг загвар өөр өөр үзэгдэл процессыг тайлбарлахад хэрэглэгддэгийн жишээ нь Бюргерсийн тэгшитгэл юм. (5) тэгшитгэл нь популяцийн динамик, зүйлс (species)-ийн тархалтыг судлахад мөн ашиглагдана. Үүнд (5)-ийн шугаман бус гишүүн нь нягтралаас хамааралтай шилжилтийг тооцох, харин баруун тал нь зүйлсийн санамсаргүй хөдөлгөөнийг заах жишээтэй.

2. Реакци-диффузийн тэгшитгэлүүдийн систем

Байгалийн шинжлэх ухааны олон үзэгдлийн математик загвар нь

$$\begin{aligned}&\frac{\partial u_i}{\partial t} = D_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} - C_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + f_i^{(2)}(u_1, u_2, \ldots, u_n) - f_i^{(1)}(u_1, u_2, \ldots, u_n) u_i \\ &i = 1, 2, 3, \ldots, n,\ x \in (a, b)\end{aligned} \tag{17}$$

реакци-диффузийн тэгшитгэлүүдийн (reaction-diffusion equation) системээр илэрхийлэгддэг. Энд $u_i(x,t)$ нь хамаарах хувьсагч, өөрөөр хэлбэл эерэг утгатай байх физик хувьсагчууд юм. $D_i \geq 0$, $C_i \geq 0$ нь харгалзан урсгалын нэвчилтийн болон хурдны коэффициент, $f_i^{(2)}, f_i^{(1)}$ нь харилцан үйлчлэл урвалдуулах гишүүд бөгөөд сөрөг бус байна. Ө.х $f_i^{(2)} \geq 0$, $f_i^{(1)} \geq 0$, $u(x,t) \geq 0$.

Биологи, химийн олон үзэгдлүүдийн загварууд (17)-д багтана. Бид энд жишээ болгон гоц халдварт өвчний (эпидеми) математик (SIR) загварыг авч үзье.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial S}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \mu N - \mu S - \beta S I, \\ &\frac{\partial I}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - (\mu + \nu) I + \beta S I, \\ &\frac{\partial R}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \nu I + \mu R, \ t > 0 \end{aligned} \tag{18}$$

$N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ нь t хугацаан дахь хүний тоо
S нь өвчинд мэдрэмтгий хүний тоо,
I нь халдвар авсан хүний тоо,
R нь халдвар аваад эдгэрсэн хүний тоо.
N мэдэгдэх учраас (18) -н эхний хоёр тэгшитгэлийг авч үзэх нь хангалттай. Уг систем нь
$e^0 = (N, 0)$ өвчлөөгүй үеийн тэнцвэрийн цэг,
$e^* = (S^*, I^*)$ өвчин тархсан үеийн тэнцвэрийн цэг.
Ийм хоёр тэнцвэрийн цэгтэй

$$l = (S, I) = \begin{cases} (S^*, I^*), & r_0 > 1 \\ (N, 0), & r_0 < 1 \end{cases}$$

Үүнд $r_0 = \frac{N\beta}{\mu+\nu}$ нь үржлийн хурд. Халдварт өвчний тархалтын динамик нь дээрх тэнцвэрийн цэгүүдийн тогтворжилтыг судлах уруу шилждэг. (18)-ийг

$$S(z, 0) = S_0, \ I(z, 0) = I_0, \ 0 \le z \le L \tag{19a}$$

$$\frac{\partial S(0,t)}{\partial z} = \frac{\partial I(0,t)}{\partial z} = 0, \ \frac{\partial S(L,t)}{\partial z} = \frac{\partial I(L,t)}{\partial z} = 0, \tag{19b}$$

анхны болон захын нөхцөлтэйгөөр авч үздэг. (18) дахь параметрүүдийн физик утга нь:

$\mu, \ \nu, \ \beta$ нь харгалзан үхлийн хурд ($1/\mu$ нь амьдрах магадлал), өвчлөөд эдгэрэх хурд ($1/\nu$ нь халдвартай байх үе), шилжилтийн коэффициент (мэдрэмтгийгээс өвчлөлд шилжих) юм. Хүмүүс холилдсон хөдөлгөөнтэй байх учраас $S, \ I$ нь хугацаа болон огторгуйн хувьсагч z-ээс хамаарсан функцүүд юм.

3. Химийн реактор дотор явагдах процесс

Химийн хольц агуулсан химийн тогоон доторх температурыг u-аар, хольцын компонентүүдын нэгнийх нь концентратыг c-ээр тэмдэглэвэл процесс нь

$$\begin{aligned} u_t - k \triangle u &= ag(u, c), \\ e_t - D \triangle c &= bg(u, c) \end{aligned} \tag{20}$$

системээр загварчлагдана. Энд g нь урвалын хурд (давтамж) a, b, k, D нь эерэг тогтмолууд, 2-р тэгшитгэл нь диффузийн процессыг тайлбарлана. Реактор гадна орчноос тусгаарлагдсан гэвэл

$$u = 0, \ \frac{\partial c}{\partial n} = 0 \tag{21}$$

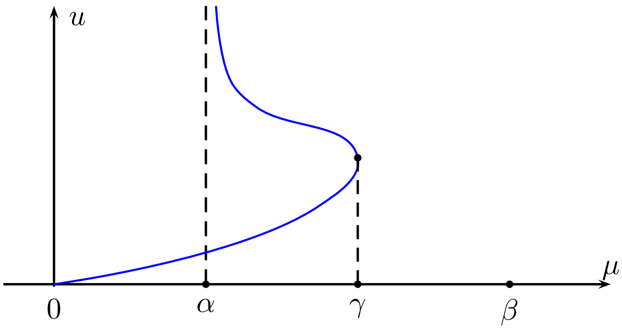
захын нөхцөл тавигдана. Энд 2 янзын процесс явагдах боломжтой. Хий дэх автомат шаталт болж болно. Энэ нь реакторыг тэсрэхэд хүргэх аюултай. Хоёрдох нь процесс хэвийн явагдах болно. Тэгвэл процесс хэвийн явагдах нөхцөлийг ямар нөхцөлөөр хангах вэ? гэдэг асуудал чухал юм. Үүнийг хариулахын тулд $c = const$ гэвэл стационар тохиолдол болж дээрх систем нь нэг тэгшитгэл

$$\begin{aligned} &- \triangle u = f(u), \qquad M_\mu \text{ муж дээр} \\ &u = 0, \ \partial M_\mu \qquad \text{мужийн зах дээр} \end{aligned} \tag{22}$$

болно. $M_\mu = \sqrt{\mu} M,\ 0 \in M$ (μ нь реакторын хэмжээсийг заах параметр) гэсэн масштаб оруулах замаар

$$\begin{aligned} & -\triangle u = \mu f(u), \qquad M \text{ муж дээр} \\ & u = 0,\ \partial M \qquad \text{мужийн зах дээр} \end{aligned} \tag{23}$$

бодлого тавигдана. Химийн инженерчлэлийн практикт $f(u) = A\exp(Bu)$, A, B эерэг тогтмолууд байдлаар ихэвчлэн авч үздэг байна. Боломжит температурын дээд заагийг u_0 гэвэл $0 < u \le u_0$ байх шийдийг сонирхъё. Цилиндр хэлбэрийн реактор авч үзэхэд $\mu > \gamma$ (γ-реакторын хэмжээсний критик утга) үед шийдгүй, $\mu < \gamma$ үед 2 шийдтэй, үүний их температуртай шийд нь тогтворгүй (зураг 2-ийг харна уу).



Зураг 2:

Эсрэгээр сфер хэлбэрийн реактор авахад n шийдтэй $(0 < n \le \infty)$ байх μ_n утгууд олдоно. Энэ нь реакторын гүдгэр шугаман бус чанарыг ихэсгэхэд шийдийн төвөгтэй төлөвийг үүсгэж болохыг харуулж байна. (23) хэлбэрийн бодлогыг Gelfand-Bratu problem гэж нэрлэдэг.

Сүүлийн жилүүдэд амьдралын эрэлт хэрэгцээ, практик шаардлагаас улбаалан бутархай уламжлал бүхий PDE тэгшитгэл, түүний шийд ганц байх чанар, ийм тэгшитгэлийг ойролцоо бодох талаар судалгаа маш эрчимтэй явагдаж байгааг тэмдэглэх нь зүйтэй.

5 Олон шинжлэх ухааны шүтэлцэл, уулзвар дээрх ирээдүй

Тооцон бодох математик, тоон аргууд байгалийн болон инженерийн олон асуудлуудыг шийдвэрлэх, судлахад өргөн хэрэглэгдэж байгаагийн нэг үзүүлэлт нь олон улсын хэмжээнд тогтмол хэвлэгдэн олны хүртээл болж байгаа сэтгүүлүүдийн жагсаалтаас бэлхнээ харж болно.

Нэрс	Impact Factor
Journal of Computational Physics	2.845
Journal of Computational Biology	1.191
Computational Geometry	0.343
Journal of Computational Finance	0.758
Journal of Computational Chemistry	3.224
International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering	2.082
International Journal for Numerical Methods in Engineering	2.746
International Journal of Computational Methods in Engineering Science and Mechanics	0.76
International Journal for Numerical Methods in Fluids	1.631

(Энэ жагсаалт бүрэн биш гэдгийг анхаарна уу, IF оноог 2020.4 сараар авав.)

- Тухайн юм уу эсвэл түүнтэй ойролцоо шинжлэх ухаанудын болон математикийн гүнзгий мэдлэг нь объект, үзэгдлийн математик загварыг босгоход илүү чухлаар шаардагдах учраас тал талын мэргэжилтнүүдийн нягт хамтын ажиллагаа, интеграци, идэвх санаачилга чухал ач холбогдолтой болж байна.

Академийн хүрээлэнгүүд, их дээд сургуулиудын хамтын ажиллагааг өргөжүүлэх, хамтарсан семинар уулзалт хийх, үүнд магистр, доктор оюутнуудыг идэвхтэй оролцуулах, бие биесээ сонсож асуудлаа дэвшүүлж, энэ чиглэлд хүний нөөцөө дайчлах шаардлага хурцаар тавигдаж байна.

- Судалгааны орчин үеийн математик аппарат, онолуудыг хэрэглэх, практикт нэвтрүүлэх асуудал бас чухал байна. Жишээлбэл вейвлет анализын хэрэглээ маш өргөн юм. Дүрс, дуу, дохиог боловсруулах (шахах, сэргээх, хадгалах, алсад дамжуулах), эмнэлгийн практик нэвтрүүлэх, элдэв аппарат, техник хэрэгслийн оношилгоо тохиргоо хийх зэрэгт вейвлет анализ өргөн ашиглагддаг. Энэ чиглэлээр олон улсад ашиглагдаж байгаа бэлэн пакет-программыг интернэтээс татан өөр өөрийн судалгаанд ашиглаж сурах нь шинэ дэвшлийг авчирна гэдэг нь эргэлзээгүй юм.

Ашигласан ном

[1] Mickens Ronald E, Nonstandard Finite Difference Models of Differential Equations, World Scientific, 1993.

[2] P. Praks, D. Brkić, Advanced Iterative Procedures for Solving the Implicit Colebrook Equation for Fluid Flow Friction, Advances in Civil Engineering Vol. 18, Article *ID* 5452034, 18 pages.

[3] E. Zeidler, Nonlinear functional analysis and its applications, I: Fixed-Point Theorems, Springer-Verlag New York, 1986.

[4] J.R. Sharma, H. Arora, Improved Newton-like methods for solving systems of nonlinear equations, SeMA Journal 74 (2), 147-163.

[5] S.V. Petrovskii, B.L. Li, Exactly Solvable Models of Biological Invasion, 2006.

[6] Тооцон бодох математик, Монгол улсын шинжлэх ухааны цуврал, 76-р боть, Улаанбаатар 2009.

2020 оны 4 сар
Улаанбаатар.